

В1 Дроби, проценты, рациональные числа.

Самая первая, но не всегда самая простая задача ЕГЭ. Основная тема — это применение навыков счета в повседневной жизни. Алгебра и ничего кроме алгебры. Задачи В1 всегда относятся к одной из трех категорий:

1. Расчет времени по часам,
2. Задачи на проценты,
3. Поиск максимально или минимально возможного значения.

Зачем вообще нужны эти категории? Дело в том, что для каждой из них существует быстрый, универсальный, а главное простой способ решения. Чуть позже мы обязательно рассмотрим эти способы, а пока главное — научиться выделять категории.

Задача

Магазин открывается в 10 часов утра, а закрывается в 10 часов вечера. Обеденный перерыв длится с 15 до 16 часов. Сколько часов в день открыт магазин?

Комментарий

Очевидно, перед нами задача на расчет времени по часам.

Задача

Сырок стоит 5 рублей 80 копеек. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

Комментарий

Это задача третьей категории (поиск максимального значения).

Задача

Стоимость покупки с учетом 7-процентной скидки по дисконтной карте составила 3720 рублей. Сколько рублей пришлось бы заплатить за покупку при отсутствии дисконтной карты?

Комментарий

Это задача на проценты — вторая категория.

Бывают сложные задачи, где присутствуют сразу две категории. Например, задачи на проценты с дальнейшим поиском максимально или минимально возможного значения. Такие задачи разбиваются на два независимых шага, каждый из которых решается отдельно.

Расчет времени по часам

В первую очередь переводим все время в 24-часовой формат, если это еще не сделано в самой задаче. Для этого достаточно добавить 12 часов ко всем значениям, которые даны после полудня.

Затем чертим «стрелу времени». Это обычная координатная ось. Ее длину и единичный отрезок подбираем так, чтобы поместилось 24 деления. Это будут 24 часа — достаточно, чтобы решить любую задачу этой категории.

Задача

Перевести в 24-формат время: 8:30 утра, 10 часов вечера, 1 час дня, 17:30

Решение

1. 8:30 утра — это просто 8:30. Ничего не изменилось, т.к. время указано до полудня.
2. 10 часов вечера — это $10 + 12 = 22:00$.
3. 1 час дня — это $1 + 12 = 13:00$.
4. 17:30 — так и остается 17:30, т.к. время уже в 24-часовом формате.

Ответ

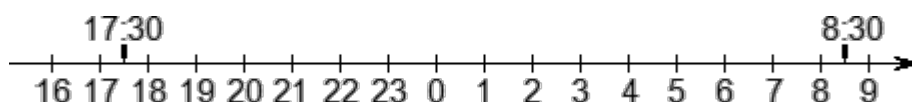
8:30; 22:00; 13:00; 17:30.

Задача

Поезд «Санкт-Петербург — Нижний Новгород» отправляется в 17:30, а прибывает в 8:30 на следующее утро. Сколько часов поезд находится в пути?

Решение

Начертим стрелу времени и отметим часы, начиная с 17:00:



Далее считаем число целых отрезков. Еще один целый отрезок получится, если объединить две половинки в начале и конце стрелы. Итого, поезд находится в пути $14 + 1 = 15$ часов.

Ответ

15

Задачи на проценты

Как правило, в таких задачах обыгрывается реальная жизненная ситуация. В них обязательно описывается величина, которая затем увеличивается или уменьшается на несколько процентов. При этом требуется найти либо конечное значение величины, либо начальное. Изредка встречаются задачи, где указано начальное и конечное значение, а требуется найти проценты.

Как решать такие задачи? Пусть $x_{\text{начальное}}$ — исходное значение рассматриваемой величины, $x_{\text{конечное}}$ — конечное значение, k — изменение в процентах. Тогда справедлива формула:

$$x_{\text{конечное}} = x_{\text{начальное}} \cdot \frac{100 \pm k}{100}$$

Перед переменной k ставится знак «плюс», если величина возрастает, либо «минус» — если убывает. Все задачи на проценты составлены так, что в этой формуле неизвестна лишь одна величина — ее и требуется найти, решив линейное уравнение.

Задача

До снижения цен книга стоила 800 рублей, а после снижения стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена книги?

Решение

Очевидно, $x_{\text{начальное}} = 800$, $x_{\text{конечное}} = 680$. По условию, цена книги снижается, поэтому имеем:

$$680 = 800 \cdot \frac{100 - k}{100} \Rightarrow \dots \Rightarrow k = 15$$

Ответ

15

Задача

После повышения цен на 16% килограмм рыбы стал стоить 696 рублей. Сколько рублей стоила рыба до повышения цены?

Решение

По условию, цена рыбы повышается, причем $x_{\text{конечное}} = 696$, $k = 16$. Подставляем в формулу:

$$696 = x_{\text{начальное}} \cdot \frac{100 + 16}{100} \Rightarrow \dots \Rightarrow x_{\text{начальное}} = 600$$

Ответ

600

Задача

Фирма закупает у поставщика мобильные телефоны по 9000 рублей, а продает с наценкой 40%. Сколько придется заплатить конечному покупателю?

Решение

Начальная цена $x_{\text{начальное}} = 9000$, она повышается, причем $k = 40$. Получаем:

$$x_{\text{конечное}} = 9000 \cdot \frac{100 + 40}{100} \Rightarrow x_{\text{конечное}} = 12600$$

Ответ

12600

Поиск максимально или минимально возможного значения

Такие задачи встречаются очень часто, и они всегда связаны с округлением числа в большую или меньшую сторону. Не имеет значения, о чем идет речь в задаче, главное помнить следующее правило.

Чтобы найти максимально возможное значение, числа округляются в меньшую сторону. Для нахождения минимально возможного значения, наоборот, округляем в большую сторону.

Многие, кто впервые слышат это правило, удивленно спрашивают: «И это все?» Да, все. Достаточно определить, что именно требуется найти — и решение станет очевидным. В задаче В1 нет и не может быть сложных математических выкладок.

Задача

Из летнего лагеря уезжают 208 детей и 23 надзирателя. В автобусах 44 посадочных места. Какое наименьшее количество автобусов нужно вызвать, чтобы отвезти всех домой?

Решение

Из фразы «какое наименьшее количество» следует, что мы ищем минимально возможное значение, т.е. округлять будем в большую сторону. Всего нужно $208 + 23 = 231$ посадочных мест, т.е. $231 : 44 = 5,25$ автобусов. Округляем в большую сторону — получаем 6 автобусов.

Ответ

6

Задача

В супермаркете проходит рекламная акция: покупая две шоколадки, покупатель получает третью шоколадку в подарок. Шоколадка стоит 32 рубля. Какое наибольшее число шоколадок можно получить за 250 рублей?

Решение

Очевидно, требуется найти наибольшее значение, т.е. округляем все числа в меньшую сторону.

Для начала выясним, сколько шоколадок можно купить на 250 рублей без учета рекламной акции: $250 : 32 = 7,8125$. Округляем в меньшую сторону — получаем 7 шоколадок.

Теперь выясним, сколько шоколадок можно получить дополнительно. Т.к. за каждые две шоколадки получаем одну в подарок, всего будет $7 : 2 = 3,5$, т.е. 3 шоколадки.

Наконец, находим общее число шоколадок: $7 + 3 = 10$.

Ответ

10

Задача

Бумага продается в пачках по 500 листов. За неделю в офисе расходуется 1400 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 4 недели?

Решение

По условию, требуется найти наименьшее значение, поэтому округляем в большую сторону.

Выясним, сколько листов бумаги расходуется за 4 недели: $1400 \cdot 4 = 5600$. В каждой пачке 500 листов, т.е. потребуется $5600 : 500 = 11,2$ пачки. Округляем в большую сторону — получаем 12.

Ответ

12

Комбинированные и нестандартные задачи

Бывает, в одной задаче объединены сразу две категории. Кроме того, в задачу могут вводиться дополнительные условия. Такие задачи вызывают наибольшие трудности.

Для решения сначала надо разбить условие на две части — каждая из своей категории. А затем решить эти части как отдельные задачи. Как правило, результаты первой части станут исходными данными для второй.

Задача

Ручка стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких ручек можно будет купить на 300 рублей после повышения цены на 20%?

Решение

Сначала найдем цену новой ручки (задача на проценты), а затем найдем количество ручек (поиск максимального значения).

По условию, цена ручки повышается, причем $x_{\text{начальное}} = 40$, $k = 20$.

Находим $x_{\text{конечное}}$:

$$x_{\text{конечное}} = 40 \cdot \frac{100 + 20}{100} \Rightarrow x_{\text{конечное}} = 48$$

Итак, теперь ручка стоит 48 рублей. Тогда, имея 300 рублей, мы можем купить $300 : 48 = 6,25$ ручек. Т.к. требуется найти наибольшее значение, округляем в меньшую сторону и получаем 6 ручек.

Ответ

6

Задача

Хозяин овощной лавки купил на оптовом рынке 100 кг помидоров и заплатил 4000 рублей. А затем начал продавать их по 100 рублей за килограмм. При этом оказалось, что 15% помидоров испортились, поэтому хозяин не смог их продать. Какую прибыль он получил?

Решение

Это задача на проценты с дополнительным требованием. Важно понимать, что прибыль — это разность между доходами и расходами.

Сначала найдем, сколько килограмм помидоров было продано.

Очевидно, $x_{\text{начальное}} = 100$, $k = 15$, при этом величина уменьшается. Имеем:

$$x_{\text{конечное}} = 100 \cdot \frac{100 - 15}{100} \Rightarrow x_{\text{конечное}} = 85$$

По условию, цена продажи составила 100 рублей за 1 кг, поэтому доход составил $85 \cdot 100 = 8500$ рублей. С учетом расходов, хозяин получил прибыль $8500 - 4000 = 4500$ рублей.

Ответ

4500